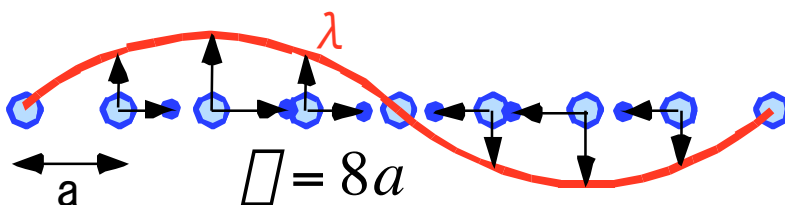


第11回 熱伝導

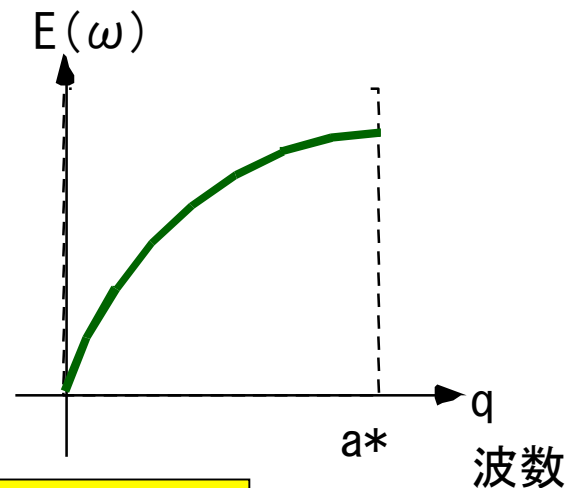
金属：伝導電子による熱伝導

絶縁体：格子振動による熱伝導

今回は、格子による熱伝導をとりあげる。



$$q = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8a} = \frac{1}{8}a^{-1}$$

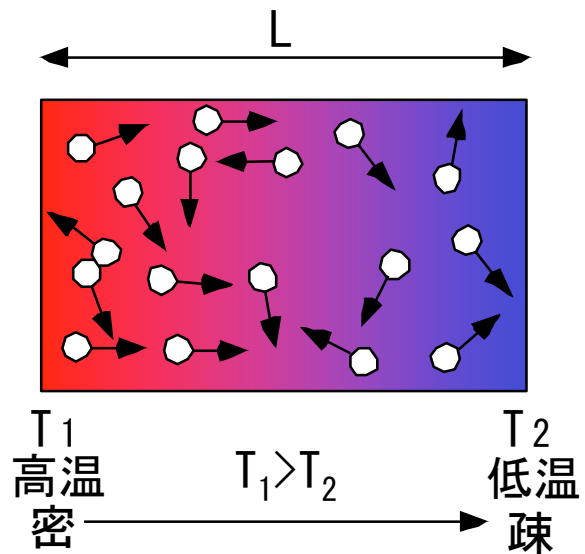


高い	→	低い
λ : 短	熱伝導の向き	λ : 長
ω : 大	エネルギー	ω : 小
振動が激しい		ゆっくり

格子振動・・・波動性と粒子性

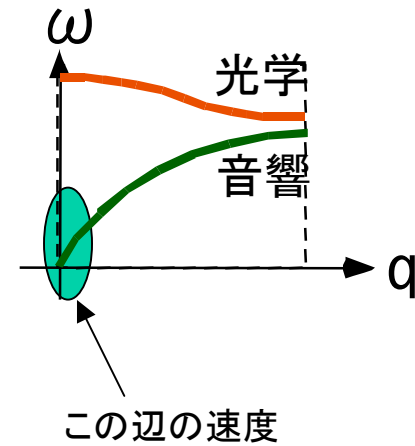
結晶全体に広がった波

- 実際にはひとつつながりの波の広がり、巨視的なスケールに比べてはるかに小さい。
- 広がりを無視して1つのフォノンを1つの粒子として考える。



熱伝導

密 → 疎 へフォノンが流れて、
時間がたつと密度が均一になること。



フォノンの移動速度 \Rightarrow “音速” $S = \text{数 km/s}$

q : 小 つまり λ : 大 の長波長領域では、 $\lambda \gg a$ (格子間隔)なので、その波は、連続媒質内の縦の粗密波のように伝わり、

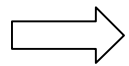
したがって、初期勾配 $\frac{d\omega}{dq}$ で定義される速度が音速となる。

もし、フォノンの運動を妨げるものがなかったら

例) 絶縁体 $L=10\text{ cm}$
音速 $S=5\text{ km/s}$ のとき、どのくらいの時間で同温度となるか？

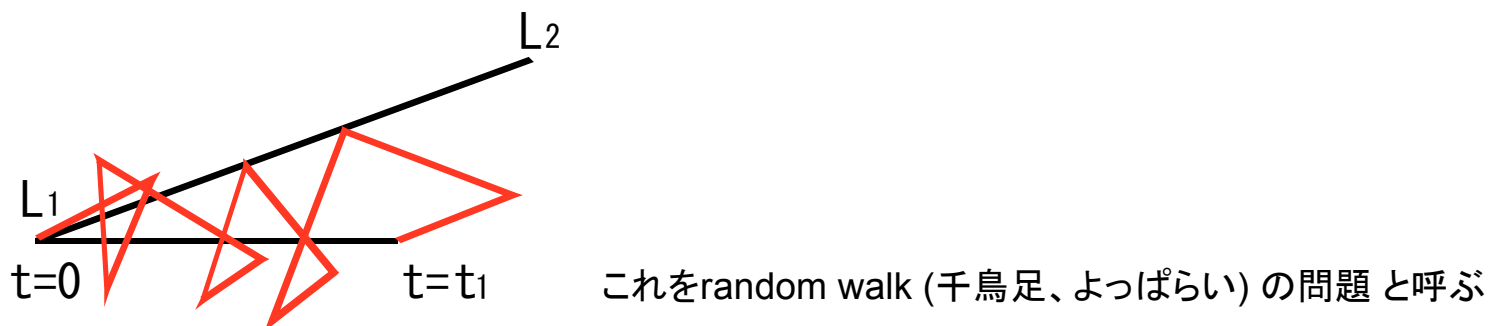
答え) $\frac{L}{S} = 2 \times 10^{-5}\text{ s}$ で同じ温度になる。

現実にそんなことはあり得ない だって、

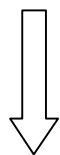


実は、フォノンの運動はあまり直線的ではない。
絶えず散乱されて進行方向を変える。(なかなか前に進めない)

- “平均自由行路 d ” を考える。
フォノンが曲がらずに進める距離



n回折れ曲がったあとのフォノンは、元の位置からどのくらい離れたか



$$L = \sqrt{nd} \left(\begin{array}{l} \text{行ったり来たりして、なかなか前に行けないので} \\ \text{ndにならない。} \end{array} \right)$$

したがって、距離 L だけ進むのに、

$$\sqrt{nd} = L \quad \square \quad n = \frac{L^2}{d} \text{ 回 散乱されなければならない。}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{実際の移動距離} \quad nd = \frac{L^2}{d} \\ \text{これにかかる時間} \quad t = \frac{L^2}{d} / S = \frac{L^2}{dS} \end{array} \right.$$

例) 絶縁体 $L=10 \text{ cm}$
 音速 $S=5\text{km/s}$
 平均自由行程 $d=10\text{nm}$ のとき、どのくらいの時間で同温度となるか？

答え) $2 \times 10^2 \text{ s} \sim 3 \text{ min}$ で同じ温度になる。

左側(高温)のフォノンは、ジグザグ運動をならして

$$\bar{v} = \frac{L}{t} = \frac{dS}{L} \quad \text{で右に移動}$$

右端(低温)のフォノンも左に進む。

- ここで、左端のエネルギー密度 $E(T_1)$ が \bar{v} で右へ
同様に、右端のエネルギー密度 $E(T_2)$ が \bar{v} で左へ

$$E(T_i)\bar{v} = E(T_i)\frac{dS}{L} \quad \text{エネルギーの流れ}$$

⇒ 右に流れるエネルギー J は、

全体として、 $J = \{E(T_1) - E(T_2)\} \frac{dS}{L}$ と書ける。

ここで E は、単位体積当りのフォノンのエネルギーである。
すると、温度差 $T_1 - T_2$ が小さいとき

$$E(T_1) - E(T_2) = c(T_1 - T_2) \text{ と書ける。}$$

→ 単位体積当たりの比熱

物質の温度を
1度上げるために
必要なエネルギー

したがって、これを用いると、

$$J = c(T_1 - T_2) \frac{dS}{L}$$

一方、巨視的な熱伝導の式によると、

$$J = \kappa \frac{T_1 - T_2}{L} \quad (\kappa: \text{熱伝導度}) \text{ で与えられる。}$$

$\kappa = cdS =$ 単位体積当りの比熱 \times フォノンの平均自由行路 \times 音速

めでたし!!
めでたし!!